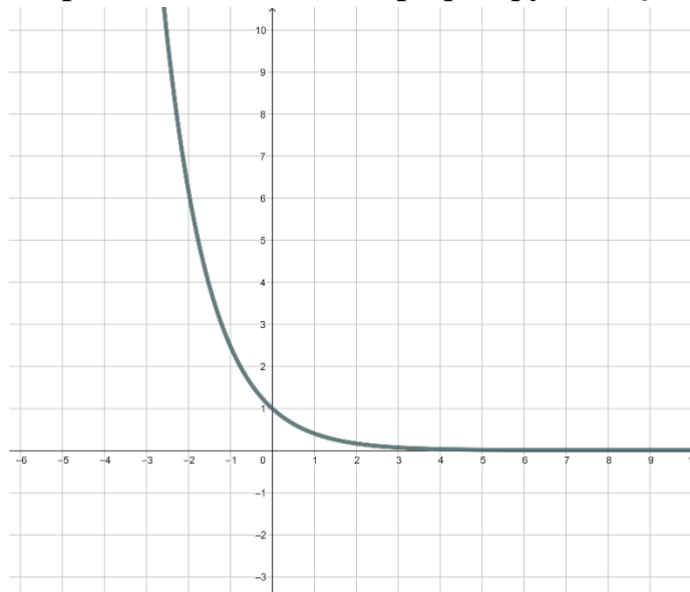




Варіант 1

1. (1 б) Зобразіть схематично графік функції $y = 0,4^x$



2. (1 б) Знайдіть область значень функції $y = 4^x - 2$

Розв'язок:

Так як $4^x > 0$, то функція може набути значення тільки більші за -2 .

Отже, областю значень функції буде множина $(-2; +\infty)$

Відповідь: $E(f) = (-2; +\infty)$

3. (1 б) Порівняйте числа:

а) 1 і $2^{-\sqrt{7}}$

б) $11^{\sqrt{7}-1}$ і $11^{\sqrt{7}-2}$

Розв'язок:

а) $2^{-\sqrt{7}} = \frac{1}{2^{\sqrt{7}}}$; $1 > 2^{-\sqrt{7}}$

б) $11^{\sqrt{7}-1} > 11^{\sqrt{7}-2}$

4. (1,5 б) Розв'яжіть рівняння:

а) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16$

б) $25^{2x+3} = 25^{x-7}$

Розв'язок:

а) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 16$

$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

$x = -2$

б) $25^{2x+3} = 25^{x-7}$

$2x + 3 = x - 7$

$x = -10$



5. (1,5 б) Розв'яжіть нерівність $(\sqrt[4]{5})^x < 25$

Розв'язок:

$$5^{\frac{x}{4}} < 5^2$$

$$\frac{x}{4} < 2$$

$$x \cdot \frac{1}{4} < 2$$

$$x < 8$$

Відповідь: $x \in (-\infty; 8)$

6. (3 б) Розв'яжіть рівняння $5^{2x+1} = 25 + 74 \cdot 5^x + 2 \cdot 5^{2x}$

Розв'язок:

$$5^{2x} \cdot 5^1 = 25 + 74 \cdot 5^x + 2 \cdot 5^{2x}$$

Нехай $5^x = t$:

$$5t^2 = 25 + 74t + 2t^2$$

$$3t^2 - 74t - 25 = 0$$

$$D = 5476 + 300 = 5776 = 76^2$$

$$t_{1,2} = \frac{74 \pm 76}{6} = \begin{cases} t_1 = 25 \\ t_2 = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 5^x = 25 & \Big| \Rightarrow 5^x = 5^2 \Big| \Rightarrow x = 2 \\ 5^x = -\frac{1}{3} & \Big| \Rightarrow \emptyset \Big| \end{aligned}$$

Відповідь: $x = 2$

7. (3 б) Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{9}\right)^{-\sqrt{x^2-3}} + 3 < 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3}-1}$

Розв'язок:

$$3^{2\sqrt{x^2-3}} + 3 < 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3}-1} : 3^1$$

Нехай $3^{\sqrt{x^2-3}} = t$;

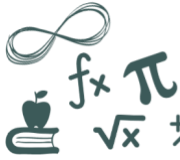
$$t^2 + 3 < \frac{28t}{3}$$

$$t^2 + 3 - \frac{28t}{3} < 0$$

$$3t^2 - 28t + 9 < 0$$

$$f(t) = 3t^2 - 28t + 9$$

1. ОДЗ: $x \in \mathbb{R}$



2. Нулі функції $f(t) = 0$

$$3t^2 - 28t + 9 = 0$$

$$D = 784 - 108 = 676 = 26^2$$

$$t_{1,2} = \frac{28 \pm 26}{6} = \begin{cases} t_1 = 9 \\ t_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} 3^{\sqrt{x^2-3}} &= 9 \\ 3^{\sqrt{x^2-3}} &= \frac{1}{3} \end{aligned} \right| \Rightarrow \left. \begin{aligned} 3^{\sqrt{x^2-3}} &= 3^2 \\ 3^{\sqrt{x^2-3}} &= 3^{-1} \end{aligned} \right| \Rightarrow \sqrt{x^2-3} = 2 \quad \emptyset$$

$$\sqrt{x^2-3} = 2$$

$$\text{ОДЗ: } x^2 - 3 \geq 0$$

Нулі функції:

$x^2 - 3 = 0$ (парабола, вітки
вгору)

$$x^2 = 3$$

$$x_1 = \sqrt{3}$$

$$x_2 = -\sqrt{3}$$

$$x^2 - 3 = 4$$

$$x^2 = 7$$

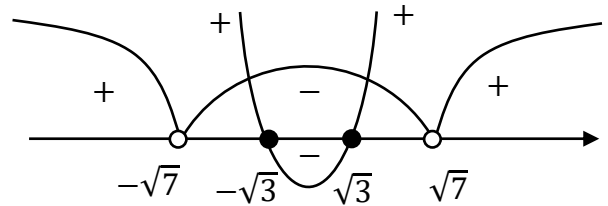
$$x_1 = \sqrt{7}$$

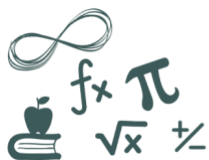
$$x_2 = -\sqrt{7}$$

*Для відповіді нам необхідно взяти

значення функції на проміжку менші за нуль та врахувати ОДЗ

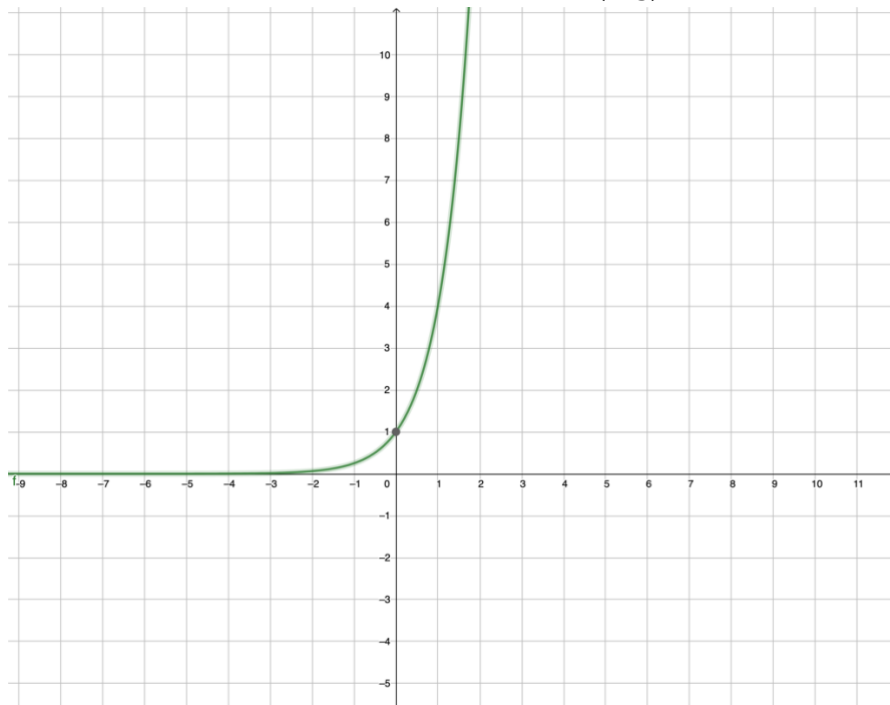
Відповідь: $x \in (-\sqrt{7}; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; \sqrt{7})$





Варіант 2

1. Зобразіть схематично графік функції $y = \left(4\frac{4}{5}\right)^x$



2. (1 б) Знайдіть область значень функції $y = -0,7^x$

Розв'язок:

$0,7^x > 0$ перед ф — ю стоїть знак " — " \Rightarrow областю значень є множина всіх від'ємних чисел
Відповідь: $E(f) = (-\infty; 0)$

3. (1 б) Порівняйте числа:

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\sqrt{6}}$ і 1

б) $0,7^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ і $0,7^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

Розв'язок:

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\sqrt{6}} < \left(\frac{3}{4}\right)^0$

б) $0,7^{\frac{\sqrt{3}}{2}} < 0,7^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

4. (1,5 б) Розв'яжіть рівняння:

а) $9^x = 27$

б) $\left(\frac{2}{7}\right)^{x-1} = \left(\frac{7}{2}\right)^{x+3}$



Розв'язок:

$$а) 9^x = 27$$

$$3^{2x} = 3^3$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$б) \left(\frac{2}{7}\right)^{x-1} = \left(\frac{7}{2}\right)^{x+3}$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{x-1} = \left(\frac{2}{7}\right)^{-x-3}$$

$$x - 1 = -x - 3$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

5. (1,5 б) Розв'яжіть нерівність $(\sqrt[3]{0,6})^x \geq \frac{3}{5}$

Розв'язок:

$$\frac{6^{\frac{x}{3}}}{10} \geq \frac{3}{5}$$

$$\frac{3^{\frac{x}{3}}}{5} \geq \frac{3}{5}$$

$$\frac{x}{3} \leq 1$$

$$x \cdot \frac{1}{3} \leq 1$$

$$x \leq 3$$

Відповідь: $x \in (-\infty; 3]$

6. (3 б) Розв'яжіть рівняння $3^{2x+1} = 27 + 53 \cdot 3^x + 3^{2x}$

Розв'язок:

$$3^{2x} \cdot 3^1 = 27 + 53 \cdot 3^x + 3^{2x}$$

Нехай $3^x = t$:

$$3t^2 = 27 + 53t + t^2$$

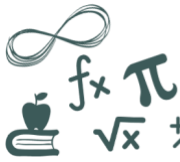
$$2t^2 - 53t - 27 = 0$$

$$D = 2809 + 216 = 3025 = 55^2$$

$$t_{1,2} = \frac{53 \pm 55}{4} = \begin{cases} t_1 = 27 \\ t_2 = -0,5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 3^x = 27 \\ 3^x = -0,5 \end{array} \Bigg| \Rightarrow \begin{array}{l} 3^x = 3^3 \\ \emptyset \end{array} \Bigg| \Rightarrow x = 3$$

Відповідь: $x = 3$



7. (3 б) Розв'яжіть рівняння $(0,25)^{2-\sqrt{5x+1}} - 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \leq 0$

Розв'язок:

$$(0,25)^{2-\sqrt{5x+1}} - 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \leq 0$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2-\sqrt{5x+1}} - 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \leq 0$$

$$4^{-(2-\sqrt{5x+1})} - 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \leq 0$$

$$4^{-2+\sqrt{5x+1}} - 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \leq 0$$

$$4^{-2} \cdot 4^{\sqrt{5x+1}} - 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \leq 0$$

$$4^{-2} \cdot 2^{2\sqrt{5x+1}} - 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \leq 0$$

Нехай $2^{\sqrt{5x+1}} = t$:

$$4^{-2} \cdot t^2 - 4t \leq 0$$

$$\frac{t^2}{16} - 4t \leq 0$$

$$t^2 - 64t \leq 0$$

$$t(t - 64) \leq 0$$

$$f(t) = t(t - 64)$$

1. ОДЗ: $x \in \mathbb{R}$

2. Нулі функції $f(t) = 0$

$$t(t - 64) = 0$$

$$t_1 = 0$$

$$t_2 = 64$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^{\sqrt{5x+1}} = 0 \\ 2^{\sqrt{5x+1}} = 64 \end{array} \right| \Rightarrow 2^{\sqrt{5x+1}} = 2^6 \Rightarrow \sqrt{5x+1} = 6$$

$$\sqrt{5x+1} = 6$$

ОДЗ: $5x+1 \geq 0$

$$f(x) = 5x+1$$

$$5x+1 = 0$$

$$5x = -1$$

$$x = -\frac{1}{5}$$

$$5x+1 = 36$$

$$5x = 35$$

$$x = 7$$

Відповідь: $x \in \left[-\frac{1}{5}; 7\right]$

